第１章　場合の数と確率　第１節　($p.8$ ～ 31)

練習１　1 以上 10 以下の 3 の倍数全体の集合を B とするとき，集合 B を，要素をかき並べて表しなさい。

練習１

1 以上 10 以下の 3 の倍数全体の集合を B とすると

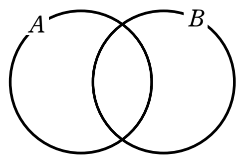
$B=\{3,\ 6,\ 9\}$

練習２　集合

$A=\{1,\ 4,\ 9,\ 16\}$，$B=\{4,\ 8,\ 12,\ 16,\ 20\}$

について，次の集合を，要素をかき並べて表しなさい。

(1)　$A\cap B$　　　(2)　$A\cup B$

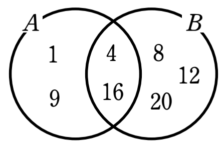


練習２

右の図から

(1)　$A\cap B=\{4,\ 16\}$

(2)　$A\cup B=\{1,\ 4,\ 8,\ 9,\ 12,\ 16,\ 20\}$



練習３　10 以下の自然数の集合を全体集合 U とし，3 の倍数全体の集合を A とするとき，集合 $\overline{A}$ を，要素をかき並べて表しなさい。

練習３

10 以下の自然数の集合を全体集合 U とし，3 の倍数全体の集合を A とすると，

U，A，$\overline{A}$ は次のようになる。

$U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$

$A=\{3,\ 6,\ 9\}$

$\overline{A}=\{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 7,\ 8,\ 10\}$

←$\overline{A}$ は，U の要素のうち，3 の倍数でない自然数の集合。

練習４

(1)　集合 $A=\{5,\ 10,\ 15,\ 20,\ 25,\ 30\}$ について，$n(A)$ を求めなさい。

(2)　30 以下の自然数のうち，4 の倍数全体の集合を B とするとき，$n(B)$ を求めなさい。

練習４

(1)　集合 $A=\{5,\ 10,\ 15,\ 20,\ 25,\ 30\}$ について

$n(A)=6$

$n(A)$ は集合 A の要素の個数。

(2)　30 以下の自然数のうち，4 の倍数全体の集合を

B とすると　$B=\{4,\ 8,\ 12,\ 16,\ 20,\ 24,\ 28\}$

よって　　$n(B)=7$

←30 を 4 でわると 7 あまり 2

練習５　60 以下の自然数の集合を全体集合 U とし，7 の倍数全体の集合を A とするとき，$n(\overline{A})$ を求めなさい。

練習５

$A=\{7,\ 14,\ 21,\ 28,\ 35,\ 42,\ 49,\ 56\}$ なので

$n(A)=8$

←60 を 7 でわると 8 あまり 4

また　　$n(U)=60$

よって　　$n(\overline{A})=n(U)-n(A)=60-8=52$

練習６　20 以下の自然数のうち，

2 の倍数全体の集合を A，3 の倍数全体の集合を B

とするとき，$n(A\cap B)$，$n(A\cup B)$ を求めなさい。

練習６

$A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12,\ 14,\ 16,\ 18,\ 20\}$

$B=\{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18\}$

であるから　$A\cap B=\{6,\ 12,\ 18\}$

←$A\cap B$ は 6 の倍数全体の集合。

したがって　$n(A)=10$，　$n(B)=6$，　$n(A\cap B)=3$

よって　　$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$=10+6-3=13$

練習７　おにぎりが A，B，C，D の 4 種類，お茶が X，Y，Z の 3 種類あります。この中からおにぎり，お茶を 1 種類ずつ選ぶとき，選び方は何通りあるか，すべての場合をかき並べて求めなさい。

練習７

おにぎりの A，お茶の X を選ぶことを (A，X) と表すことにする。

このとき，すべての場合をかき並べると

(A，X)，(A，Y)，(A，Z)，　(B，X)，(B，Y)，(B，Z)，

(C，X)，(C，Y)，(C，Z)，　(D，X)，(D，Y)，(D，Z)

よって，選び方は全部で　　12 通り

練習８　大小 2 個のさいころを同時に投げるとき，次のような場合は何通りあるか求めなさい。

(1)　目の和が 7 または 8　　　(2)　目の和が 6 の倍数

(3)　目の和が 10 以上

練習８

大きいさいころの目が 1，小さいさいころの目が 6 であることを (1，6) のように表すことにする。

(1)　目の和が 7 になる場合は

(1，6)，(2，5)，(3，4)，(4，3)，(5，2)，(6，1)

の 6 通り。

また，目の和が 8 になる場合は

(2，6)，(3，5)，(4，4)，(5，3)，(6，2)

の 5 通り。

よって，目の和が 7 または 8 になる場合は，和の法則により　$6+5=11$ (通り)

(2)　目の和が 6 の倍数になるのは，目の和が 6 または 12 のときである。

目の和が 6 になる場合は

(1，5)，(2，4)，(3，3)，(4，2)，(5，1)

の 5 通り。

また，目の和が 12 になる場合は　(6，6)　の 1 通り。

よって，目の和が 6 の倍数になる場合は，和の法則により　$5+1=6$ (通り)

(3)　目の和が 10 以上になるのは，目の和が 10，11，12 のときである。

目の和が 10 になる場合は　(4，6)，(5，5)，(6，4)　の 3 通り。

目の和が 11 になる場合は　(5，6)，(6，5)　の 2 通り。

目の和が 12 になる場合は　(6，6)　の 1 通り。

よって，目の和が 10 以上になる場合は，

和の法則により　　$3+2+1=6$ (通り)

←和の法則は，3 つ以上のことがらについても成り立つ。

練習９　ある店のアイスクリームは，バニラ，チョコレート，ストロベリー，メロン，抹茶の 5 つの味があり，S，M，L の 3 つのサイズがあります。味とサイズの選び方は全部で何通りありますか。

練習９

味の選び方は，バニラ，チョコレート，ストロベリー，メロン，抹茶の 5 通りあり，そのどの場合についてもサイズの選び方は，S，M，L の 3 通りある。

よって，選び方は，積の法則により　　$5\times3=15$ (通り)

第１章　場合の数と確率　第１節　(p.8～31)

練習１０　次の値を求めなさい。
(1) ${}_6P_2$　(2) ${}_5P_4$　(3) ${}_9P_1$　(4) ${}_3P_3$

練習１０

(1) ${}_6P_2=6\times5=30$　(2) ${}_5P_4=5\times4\times3\times2=120$

(3) ${}_9P_1=9$　(4) ${}_3P_3=3\times2\times1=6$

練習１１　11 人の生徒の中から
委員長　副委員長　書記
を１人ずつ選びます。
兼任を認めないとき，選び方は何通りありますか。

練習１１

11 人から 3 人を選んで並べ，順に「委員長」,「副委員長」,「書記」とすればよい。
よって，選び方は　${}_{11}P_3=11\times10\times9=990$（通り）

練習１２　5 枚のカード 1 2 3 4 5 の中から 2 枚を取り出して並べ，2 けたの数をつくるとき，つくられる数は何個ありますか。

練習１２

つくられる数の総数は，5 個から 2 個取った順列の総数に等しくなるから
$${}_5P_2=5\times4=20 \text{（個）}$$

練習１３　次の値を求めなさい。
(1) 6!　(2) 7!

練習１３

(1) $6!=6\times5\times4\times3\times2\times1=720$

(2) $7!=7\times6\times5\times4\times3\times2\times1=5040$

練習１４　4 人全員が 1 列に並ぶ並び方は何通りありますか。

練習１４

4 人全員が 1 列に並ぶ並び方は
$$4!=4\times3\times2\times1=24 \text{（通り）}$$

練習１５　3 冊の異なる本を A，B，C の 3 人に 1 冊ずつ配る配り方は何通りありますか。

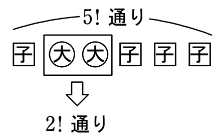
練習１５

3 冊の異なる本すべてを 1 列に並べ，順に A，B，C の 3 人に配ればよい。
よって，配り方は　$3!=3\times2\times1=6$（通り）

練習１６
(1) 大人 2 人と子ども 4 人が 1 列に並ぶとき，大人 2 人がとなりあう並び方は何通りありますか。
(2) 大人 2 人と子ども 4 人が 1 列に並ぶとき，大人 2 人がとなりあわない並び方は何通りありますか。

練習１６

(1) まず，大人 2 人をまとめて 1 組と考える。



大人 1 組と子ども 4 人の並び方は
$$5!=5\times4\times3\times2\times1=120 \text{（通り）}$$
このそれぞれについて，1 組と考えた大人 2 人の並び方は
$$2!=2\times1=2 \text{（通り）}$$
よって，求める並び方の総数は，積の法則により
$$120\times2=240 \text{（通り）}$$

(2) 大人 2 人と子ども 4 人の並び方の総数は
$$6!=6\times5\times4\times3\times2\times1=720 \text{（通り）}$$
大人 2 人がとなりあう並び方は，(1) から　240 通り。
したがって，大人 2 人がとなりあわない並び方は
$$720-240=480 \text{（通り）}$$
←(となりあわない)
=(全体)−(となりあう)

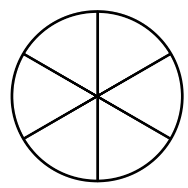
練習１７　5 人が手をつないで輪をつくるとき，並び方は何通りありますか。

練習１７

5 個の異なるものの円順列であるから
$$(5-1)!=4!=4\times3\times2\times1=24 \text{（通り）}$$

n 個の異なるものの
円順列の総数は
$(n-1)!$ 通り

練習１８　右の図のように，円盤を 6 等分した各部分を，6 色の色鉛筆すべてを使って塗り分けるとき，塗り分け方は何通りありますか。



練習１８

6 個の異なるものの円順列であるから
$$(6-1)!=5!=5\times4\times3\times2\times1=120 \text{（通り）}$$

練習１９　1，2，3，4 の数字を使って 3 けたの数をつくります。
同じ数字を何回使ってもよいとき，つくられる 3 けたの数は何個ありますか。

百の位	十の位	一の位
1～4	1～4	1～4

練習１９

百，十，一 の 3 つの位のいずれも 4 通りの数字の選び方があるから，つくられる数の総数は
$$4^3=64 \text{（個）}$$
← 百の位が 4 通り，
十の位も 4 通り，
一の位も 4 通り。

練習２０　1 枚の硬貨を 5 回続けて投げるとき，表裏の出方は何通りありますか。

練習２０

投げる 5 回のいずれも，表裏の 2 通りの出方があるから，表裏の出方の総数は
$$2^5=32 \text{（通り）}$$
←1 回めが 2 通り，
2 回めも 2 通り，……，
5 回めも 2 通り。

練習２１　次の値を求めなさい。
(1)　${}_7C_2$　(2)　${}_6C_3$　(3)　${}_8C_4$　(4)　${}_5C_1$　(5)　${}_4C_4$

練習２１

(1)　${}_7C_2=\dfrac{7\times6}{2\times1}=21$

(2)　${}_6C_3=\dfrac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$

(3)　${}_8C_4=\dfrac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1}=70$

(4)　${}_5C_1=\dfrac{5}{1}=5$

(5)　${}_4C_4=\dfrac{4\times3\times2\times1}{4\times3\times2\times1}=1$

練習２２　あるテストでは，9 問の中から 6 問を選んで解答します。
選び方は何通りありますか。

練習２２
選び方の総数は，9 個から 6 個取った組合せの総数に等しくなるので

$${}_9C_6=\frac{9\times8\times7\times6\times5\times4}{6\times5\times4\times3\times2\times1}=84 \text{（通り）}$$

練習２３　8 人が集まって将棋の大会を行います。
どの選手も，他の 7 人と 1 試合ずつ対戦するとき，この大会の試合の総数は
何試合ありますか。

練習２３
試合の総数は，8 個から 2 個取った組合せの総数に等しくなるので

$${}_8C_2=\frac{8\times7}{2\times1}=28 \text{（試合）}$$

← 1 試合の将棋の対戦は，
2 人で行う。

練習２４　次の値を求めなさい。
(1)　${}_8C_5$　(2)　${}_{11}C_9$　(3)　${}_{100}C_{99}$

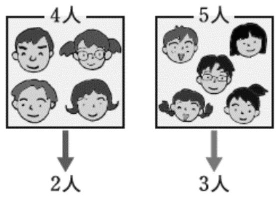
練習２４

(1)　${}_8C_5={}_8C_{8-5}={}_8C_3=\dfrac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$

(2)　${}_{11}C_9={}_{11}C_{11-9}={}_{11}C_2=\dfrac{11\times10}{2\times1}=55$

(3)　${}_{100}C_{99}={}_{100}C_{100-99}={}_{100}C_1=\dfrac{100}{1}=100$

練習２５　1 年生 4 人から 2 人，2 年生 5 人から
3 人を選んで 5 人の組をつくるとき，選び方は
何通りありますか。



練習２５
1 年生 4 人から 2 人を選ぶ方法は

$${}_4C_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6 \text{（通り）}$$

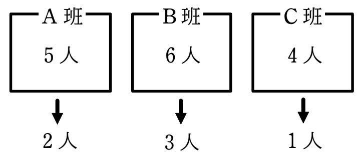
← 組合せの考えと積の法則
を合わせて利用する。

そのそれぞれについて，2 年生 5 人から 3 人を選ぶ方法は

$${}_5C_3={}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10 \text{（通り）}$$

よって，求める総数は，積の法則により　$6\times10=60$（通り）

練習２６　A 班には 5 人，B 班には 6 人，
C 班には 4 人の班員がいます。
A 班から 2 人，
B 班から 3 人，
C 班から 1 人
を選んで 6 人の組をつくるとき，選び方は何通りありますか。



練習２６
A 班の 5 人から 2 人を選ぶ方法は

← 組合せの考えと積の法則
を合わせて利用する。

$${}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10 \text{（通り）}$$

そのそれぞれについて，B 班の 6 人から 3 人を選ぶ方法は

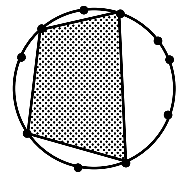
$${}_6C_3=\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20 \text{（通り）}$$

A 班，B 班から選ぶ選び方それぞれについて，C 班の 4 人から 1 人を選ぶ方法は

$${}_4C_1=\frac{4}{1}=4 \text{（通り）}$$

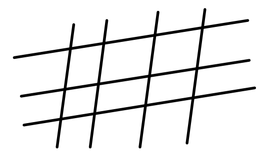
よって，求める総数は，積の法則により　$10\times20\times4=800$（通り）

練習２７　円周上に異なる 10 個の点があります。
これらの点のうち，4 個を頂点とする四角形は何個
ありますか。



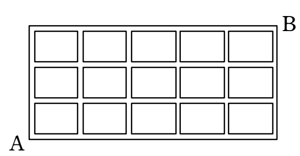
練習２７
10 個の点から 4 個を選べば，四角形が 1 個できる。
したがって，四角形の個数は，10 個から 4 個取った組合せの総数に等しい。
よって，求める個数は　${}_{10}C_4=\dfrac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1}=210$（個）

練習２８　右の図のように，3 本の平行線が 4 本の
平行線と交わっています。
図の中に平行四辺形は何個ありますか。

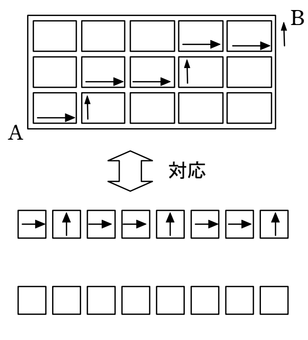


練習２８
よこ方向の 3 本の平行線から 2 本，たて方向の 4 本の平行線から 2 本
を選べば平行四辺形が 1 個できる。
よって，求める個数は　${}_3C_2\times{}_4C_2=\dfrac{3\times2}{2\times1}\times\dfrac{4\times3}{2\times1}=18$（個）

練習２９　ある町には，右の図のような道路が
あります。
地点 A から地点 B まで，遠まわりをせずに行く
道順は何通りありますか。



練習２９
図のように，
右に 1 区画進むことを →
上に 1 区画進むことを ↑
で表す。
遠まわりをしない道順は，
5 個の →　と　3 個の ↑
を 1 列に並べたものと考えることができる。
この並べ方は，右のような 8 個の □ のうち，
→ を入れる 5 個を選ぶ選び方と考えられる。
したがって，求める道順は



$${}_8C_5={}_8C_3=\frac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56 \text{（通り）}$$

第１章　場合の数と確率　第１節　(p. 8 〜 31)

確認問題１　40 以下の自然数の集合を全体集合 U とし，9 の倍数全体の集合を A とするとき，$n(\overline{A})$ を求めなさい。

確認問題１

$A=\{9,\ 18,\ 27,\ 36\}$ なので　$n(A)=4$　　← 40 を 9 でわると 4 あまり 4

また　$n(U)=40$

よって　$n(\overline{A})=n(U)-n(A)=40-4=36$

確認問題２　50 以下の自然数のうち，
4 の倍数全体の集合を A，　5 の倍数全体の集合を B
とするとき，$n(A\cap B)$，$n(A\cup B)$ を求めなさい。

確認問題２

$A=\{4,\ 8,\ 12,\ 16,\ 20,\ 24,\ 28,\ 32,\ 36,\ 40,\ 44,\ 48\}$

$B=\{5,\ 10,\ 15,\ 20,\ 25,\ 30,\ 35,\ 40,\ 45,\ 50\}$

であるから　$A\cap B=\{20,\ 40\}$　　← $A\cap B$ は 20 の倍数全体の集合。

したがって　$n(A)=12$，　$n(B)=10$，　$n(A\cap B)=2$

よって　$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$
$=12+10-2=20$

確認問題３　大小２個のさいころを同時に投げるとき，次のような場合は何通りあるか求めなさい。
(1)　目の和が 4 または 9　　(2)　目の和が 3 以下
(3)　目の和が 4 の倍数

確認問題３

大きいさいころの目が 1，小さいさいころの目が 3 であることを (1，3) のように表すことにする。

(1)　目の和が 4 になる場合は　(1，3)，(2，2)，(3，1)　の 3 通り。
また，目の和が 9 になる場合は　(3，6)，(4，5)，(5，4)，(6，3)　の 4 通り。
よって，目の和が 4 または 9 になる場合は，和の法則により　$3+4=7$ (通り)

(2)　目の和が 3 以下になるのは，目の和が 2 または 3 のときである。
目の和が 2 になる場合は　(1，1)　の 1 通り。
目の和が 3 になる場合は　(1，2)，(2，1)　の 2 通り。
よって，目の和が 3 以下になる場合は，和の法則により　$1+2=3$ (通り)

(3)　目の和が 4 の倍数になるのは，目の和が 4 または 8 または 12 のときである。
目の和が 4 になる場合は　(1，3)，(2，2)，(3，1)　の 3 通り。
目の和が 8 になる場合は　(2，6)，(3，5)，(4，4)，(5，3)，(6，2)　の 5 通り。
目の和が 12 になる場合は　(6，6)　の 1 通り。
よって，目の和が 4 の倍数になる場合は，和の法則により　$3+5+1=9$ (通り)

確認問題４　1 個のさいころを 2 回投げるとき，
1 回めに 2 以下の目，　2 回めに 3 以上の目
が出る場合は何通りありますか。

確認問題４

1 回めに 2 以下の目が出る場合は，1，2 の 2 通り。
そのどの場合についても，2 回めに 3 以上の目が出る場合は，3，4，5，6 の 4 通り。
よって，目の出方は，積の法則により　$2\times4=8$ (通り)

確認問題５　次の値を求めなさい。
(1)　${}_4\mathrm{P}_2$　　(2)　${}_6\mathrm{P}_3$　　(3)　${}_{30}\mathrm{P}_1$　　(4)　${}_5\mathrm{P}_5$

確認問題５

(1)　${}_4\mathrm{P}_2=4\times3=12$　　(2)　${}_6\mathrm{P}_3=6\times5\times4=120$

(3)　${}_{30}\mathrm{P}_1=30$　　(4)　${}_5\mathrm{P}_5=5\times4\times3\times2\times1=120$

確認問題６
(1)　7 色のペンキから 4 色を選んでかべの異なる 4 か所に色を塗るとき，塗り方は何通りありますか。
(2)　ある食堂には 20 種類のメニューがあります。3 人がそれぞれ別のメニューを注文するとき，注文のしかたは何通りありますか。

確認問題６

(1)　塗り方は，7 個から 4 個取った順列の総数に等しくなるから
${}_7\mathrm{P}_4=7\times6\times5\times4=840$ (通り)

(2)　20 種類のメニューから 3 種類選んで並べ，順に 3 人が注文すればよいから，注文のしかたは
${}_{20}\mathrm{P}_3=20\times19\times18=6840$ (通り)

確認問題７
(1)　6 個の異なるものすべてを 1 列に並べる方法は何通りありますか。
(2)　番号のついた 5 つのいすに 5 人が座る座り方は何通りありますか。

確認問題７

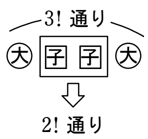
(1)　6 個の異なるものすべてを 1 列に並べる方法は
$6!=6\times5\times4\times3\times2\times1=720$ (通り)

(2)　5 人すべてが 1 列に並び，番号の順にいすに座ればよいから，座り方は
$5!=5\times4\times3\times2\times1=120$ (通り)

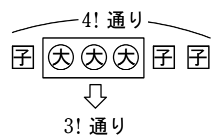
確認問題８
(1)　大人 2 人と子ども 2 人が 1 列に並ぶとき，子ども 2 人がとなりあう並び方は何通りありますか。
(2)　大人 3 人と子ども 3 人が 1 列に並ぶとき，大人 3 人が続いて並ぶ並び方は何通りありますか。

確認問題８

(1)　まず，子ども 2 人をまとめて 1 組と考える。
大人 2 人と子ども 1 組の並び方は
$3!=3\times2\times1=6$ (通り)
このそれぞれについて，1 組と考えた子ども 2 人の並び方は
$2!=2\times1=2$ (通り)
よって，求める並び方の総数は，積の法則により　$6\times2=12$ (通り)



(2)　まず，大人 3 人をまとめて 1 組と考える。
大人 1 組と子ども 3 人の並び方は
$4!=4\times3\times2\times1=24$ (通り)
このそれぞれについて，1 組と考えた大人 3 人の並び方は
$3!=3\times2\times1=6$ (通り)
よって，求める並び方の総数は，積の法則により
$24\times6=144$ (通り)



確認問題９
(1)　6 人が円形のテーブルを囲んで着席するとき，座り方は何通りありますか。
(2)　4 つの異なる宝石を机の上に円形に並べる並べ方は何通りありますか。

確認問題９

(1)　6 個の異なるものの円順列であるから
$(6-1)!=5!=5\times4\times3\times2\times1=120$ (通り)

(2)　4 個の異なるものの円順列であるから
$(4-1)!=3!=3\times2\times1=6$ (通り)

n 個の異なるものの円順列の総数は
$(n-1)!$ 通り

確認問題１０
(1)　3種類の文字 a，b，c から重複を許して5個を選び，1列に並べるとき，何通りの文字列がつくれますか。
(2)　1個のさいころを3回続けて投げるとき，目の出方は何通りありますか。

確認問題１０
(1)　1列に並べる5個のいずれも3通りの文字の選び方があるから，つくられる文字列の総数は　　$3^5=243$（通り）
(2)　1個のさいころを1回投げるとき，目の出方は6通り。
よって，投げる3回のいずれも6通りの目の出方があるから，求める目の出方の総数は　　$6^3=216$（通り）

確認問題１１　次の値を求めなさい。

(1)　${}_4C_2$　(2)　${}_5C_2$　(3)　${}_8C_3$
(4)　${}_{10}C_1$　(5)　${}_9C_4$　(6)　${}_{20}C_2$

確認問題１１

(1)　${}_4C_2=\dfrac{4\times3}{2\times1}=6$　(2)　${}_5C_2=\dfrac{5\times4}{2\times1}=10$

(3)　${}_8C_3=\dfrac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$　(4)　${}_{10}C_1=\dfrac{10}{1}=10$

(5)　${}_9C_4=\dfrac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1}=126$　(6)　${}_{20}C_2=\dfrac{20\times19}{2\times1}=190$

確認問題１２
(1)　10人の生徒の中から代表者を4人選ぶ選び方は何通りありますか。
(2)　サッカーチームが18あり，この18チームで1試合ずつの総当たり戦を行います。全部で何試合行うことになりますか。

確認問題１２
(1)　選び方の総数は，10個から4個取った組合せの総数に等しくなるので

$${}_{10}C_4=\frac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1}=210\text{（通り）}$$

(2)　試合の総数は，18個から2個取った組合せの総数に等しくなるので

$${}_{18}C_2=\frac{18\times17}{2\times1}=153\text{（試合）}$$

確認問題１３　次の値を求めなさい。

(1)　${}_8C_6$　(2)　${}_6C_4$　(3)　${}_{18}C_{17}$
(4)　${}_{10}C_7$　(5)　${}_{11}C_8$　(6)　${}_{25}C_{23}$

確認問題１３

(1)　${}_8C_6={}_8C_{8-6}={}_8C_2=\dfrac{8\times7}{2\times1}=28$

(2)　${}_6C_4={}_6C_{6-4}={}_6C_2=\dfrac{6\times5}{2\times1}=15$

(3)　${}_{18}C_{17}={}_{18}C_{18-17}={}_{18}C_1=\dfrac{18}{1}=18$

(4)　${}_{10}C_7={}_{10}C_{10-7}={}_{10}C_3=\dfrac{10\times9\times8}{3\times2\times1}=120$

(5)　${}_{11}C_8={}_{11}C_{11-8}={}_{11}C_3=\dfrac{11\times10\times9}{3\times2\times1}=165$

(6)　${}_{25}C_{23}={}_{25}C_{25-23}={}_{25}C_2=\dfrac{25\times24}{2\times1}=300$

確認問題１４
(1)　1年生5人から2人，2年生6人から3人を選んで5人の組をつくるとき，選び方は何通りありますか。
(2)　4種類のクッキーから2種類，5種類のあめから2種類，3種類のチョコレートから1種類を選んでお菓子の詰め合わせをつくるとき，詰め合わせは何通りできますか。
(3)　7人を，A班に3人，B班に2人，C班に2人の3班に分けるとき，分ける方法は何通りありますか。

確認問題１４
(1)　1年生5人から2人を選ぶ方法は　　← 組合せの考えと積の法則を合わせて利用する。

$${}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10\text{（通り）}$$

そのそれぞれについて，2年生6人から3人を選ぶ方法は

$${}_6C_3=\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20\text{（通り）}$$

よって，求める総数は，積の法則により　　$10\times20=200$（通り）

(2)　4種類のクッキーから2種類を選ぶ方法は　　${}_4C_2=\dfrac{4\times3}{2\times1}=6$（通り）

そのそれぞれについて，5種類のあめから2種類を選ぶ方法は

$${}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10\text{（通り）}$$

クッキーとあめの選び方それぞれについて，3種類のチョコレートから1種類を選ぶ方法は　　${}_3C_1=\dfrac{3}{1}=3$（通り）

よって，求める総数は，積の法則により　　$6\times10\times3=180$（通り）

(3)　7人からA班に入る3人を選ぶ方法は　　${}_7C_3=\dfrac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$（通り）

残りの4人からB班に入る2人を選ぶ方法は　　${}_4C_2=\dfrac{4\times3}{2\times1}=6$（通り）

残りの2人はC班に入るから，選び方は　　1通り。
よって，求める総数は，積の法則により　　$35\times6\times1=210$（通り）

確認問題１５　円周上に異なる9個の点があります。次の問いに答えなさい。
(1)　これらの9個の点のうち，2個を結んでできる線分は何本ありますか。
(2)　これらの9個の点のうち，3個を頂点とする三角形は何個ありますか。

確認問題１５
(1)　9個の点から2個を選べば，線分が1本できる。
したがって，線分の本数は，9個から2個取った組合せの総数に等しい。
よって，求める本数は　　${}_9C_2=\dfrac{9\times8}{2\times1}=36$（本）

(2)　9個の点から3個を選べば，三角形が1個できる。
したがって，三角形の個数は，9個から3個取った組合せの総数に等しい。
よって，求める個数は　　${}_9C_3=\dfrac{9\times8\times7}{3\times2\times1}=84$（個）

確認問題１６　先生２人，生徒５人の合計７人がいます。次の問いに答えなさい。

(1)　７人全員が１列に並ぶとき，並び方は何通りありますか。

(2)　７人から５人を選んで組をつくるとき，選び方は何通りありますか。

(3)　７人全員が１列に並ぶとき，先生２人がとなりあう並び方は何通りありますか。

(4)　先生１人，生徒２人を選んで３人の組をつくるとき，選び方は何通りありますか。

(5)　７人全員が円形のテーブルを囲んで座るとき，座り方は何通りありますか。

(6)　７人全員を２つの部屋 A，B に分ける方法は何通りありますか。
ただし，１人も入らない部屋があってもよいものとします。

確認問題１６

(1)　７人全員が１列に並ぶ並び方は

$$7!=7\times6\times5\times4\times3\times2\times1=5040 \text{ (通り)}$$

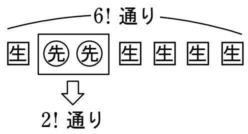
(2)　選び方の総数は，７個から５個取った組合せの総数に等しくなるので

$${}_7C_5={}_7C_2=\frac{7\times6}{2\times1}=21 \text{ (通り)}$$

(3)　まず，先生２人をまとめて１組と考える。

先生１組と生徒５人の並び方は

$$6!=6\times5\times4\times3\times2\times1=720 \text{ (通り)}$$



このそれぞれについて，１組と考えた先生２人の並び方は　$2!=2\times1=2$ (通り)

よって，求める並び方の総数は，積の法則により

$$720\times2=1440 \text{ (通り)}$$

(4)　先生２人から１人を選ぶ方法は

$${}_2C_1=\frac{2}{1}=2 \text{ (通り)}$$

← 組合せの考えと積の法則を合わせて利用する。

このそれぞれについて，生徒５人から２人を選ぶ方法は

$${}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10 \text{ (通り)}$$

よって，求める総数は，積の法則により　　$2\times10=20$ (通り)

(5)　７個の異なるものの円順列であるから

$$(7-1)!=6!=6\times5\times4\times3\times2\times1=720 \text{ (通り)}$$

(6)　７人のいずれも A，B ２通りの部屋の選び方があるから，求める方法の総数は

$$2^7=128 \text{ (通り)}$$

第１章　場合の数と確率　第２節　($p.$32～54)

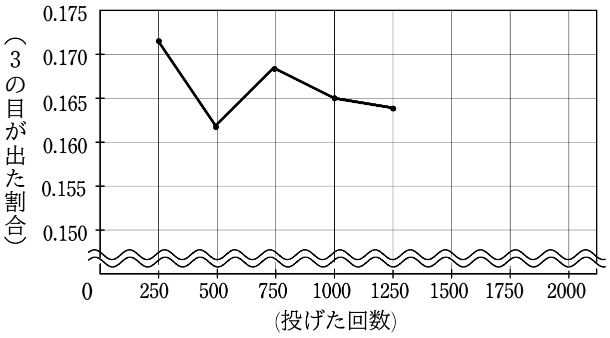
練習１　1個のさいころを投げる試行において，次の事象を集合で表しなさい。
(1)　5の目が出る　　(2)　3の倍数の目が出る

練習１

(1)　5の目が出る事象は　{5}

(2)　3の倍数の目が出る事象は　{3，6}

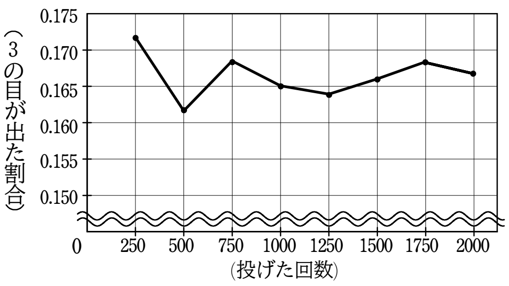
練習２　教科書33ページの表について，次の問いに答えなさい。
(1)　表の空らんをうめなさい。
(2)　表をグラフに表すと下のようになります。グラフを完成させなさい。



練習２

(1)　順に　$\dfrac{249}{1500}=0.166$，$\dfrac{294}{1750}=0.168$，$\dfrac{334}{2000}=0.167$

(2)　グラフは右の図のようになる。



練習３　1個のさいころを投げるとき，次の確率を求めなさい。
(1)　3以上の目が出る確率　　(2)　奇数の目が出る確率

練習３

起こりうるすべての目の出方は　6通り。

(1)　3以上の目の出方は　3，4，5，6　の4通りある。

よって，求める確率は　$\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$

(2)　奇数の目の出方は　1，3，5　の3通りある。

よって，求める確率は　$\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$

練習４　赤玉4個と白玉3個が入った袋から，玉を1個取り出すとき，赤玉が出る確率を求めなさい。

練習４

玉はすべて区別して考えるから，

起こりうるすべての玉の取り出し方は　7通りある。

このうち，赤玉を取り出す取り出し方は　4通りある。

よって，求める確率は　$\dfrac{4}{7}$

練習５　2枚の硬貨A，Bを同時に投げるとき，次の確率を求めなさい。
(1)　2枚とも表が出る確率　　(2)　1枚だけ表が出る確率
(3)　1枚以上表が出る確率

練習５

2枚の硬貨の表裏の出方は，右の表から　4通り。

A＼B	表	裏
表	表 表	表 裏
裏	裏 表	裏 裏

(1)　2枚とも表が出る場合は

(表，表)

の1通りある。

よって，求める確率は　$\dfrac{1}{4}$

(2)　1枚だけ表が出る場合は

(表，裏)，(裏，表)

の2通りある。

よって，求める確率は　$\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

(3)　1枚以上表が出る場合は　(表，裏)，(裏，表)，(表，表)　の3通りある。

よって，求める確率は　$\dfrac{3}{4}$

練習６　大小2個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めなさい。
(1)　目の和が8になる確率　　(2)　2個とも偶数の目が出る確率

練習６

2個のさいころの目の出方は　$6\times6=36$ (通り)　←積の法則を利用する。

(1)　目の和が8になる場合は，(大，小)が

(2，6)，(3，5)，(4，4)，(5，3)，(6，2)

の5通りある。

よって，求める確率は　$\dfrac{5}{36}$

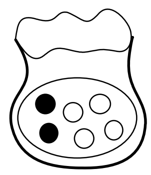
(2)　2個とも偶数の目が出る場合は，(大，小)が

(2，2)，(2，4)，(2，6)，(4，2)，(4，4)，(4，6)，(6，2)，(6，4)，(6，6)

の9通りある。

よって，求める確率は　$\dfrac{9}{36}=\dfrac{1}{4}$

練習７　赤玉2個と白玉4個が入った袋から，玉を2個同時に取り出すとき，次の確率を求めなさい。
(1)　2個とも赤玉が出る確率
(2)　2個とも白玉が出る確率
(3)　赤玉1個と白玉1個が出る確率



練習７

赤白あわせて6個の玉から2個を取り出す方法は　←組合せの考えを使う。

$${}_6C_2=\frac{6\times5}{2\times1}=15 \text{ (通り)}$$

(1)　2個とも赤玉になる場合は　${}_2C_2=\dfrac{2\times1}{2\times1}=1$ (通り)

よって，求める確率は　$\dfrac{1}{15}$

(2)　2個とも白玉になる場合は　${}_4C_2=\dfrac{4\times3}{2\times1}=6$ (通り)

よって，求める確率は　$\dfrac{6}{15}=\dfrac{2}{5}$

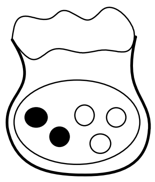
(3)　赤玉1個と白玉1個になる場合は　${}_2C_1\times{}_4C_1=\dfrac{2}{1}\times\dfrac{4}{1}=8$ (通り)

よって，求める確率は　$\dfrac{8}{15}$

練習８　１個のさいころを投げるとき，次の確率を求めなさい。
(1)　４の目が出る確率　　(2)　３の倍数の目が出る確率
(3)　４の目または３の倍数の目が出る確率

練習８
１個のさいころの目の出方は　　６通り。
(1)　４の目が出る場合は１通りであるから，求める確率は　$\frac{1}{6}$
(2)　３の倍数の目が出る場合は，３，６の　　２通り。
　よって，求める確率は　$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$
(3)　４の目が出る事象と３の倍数の目が出る事象は互いに排反であるから，求める
　確率は，(1)，(2) より　$\frac{1}{6}+\frac{2}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

練習９　赤玉２個と白玉３個が入った袋から，玉を２個同時に取り出します。
このとき，２個とも同じ色が出る確率を求めなさい。



練習９
赤白あわせて５個の玉から２個を取り出す方法は
$${}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10 \text{（通り）}$$
２個とも同じ色が出る事象は，２つの事象
　A：２個とも赤玉が出る，　B：２個とも白玉が出る
について，A または B が起こることである。
$$P(A)=\frac{{}_2C_2}{10}=\frac{1}{10},\quad P(B)=\frac{{}_3C_2}{10}=\frac{3}{10}$$
A と B は排反事象であるから，求める確率は
$$P(A)+P(B)=\frac{1}{10}+\frac{3}{10}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$$

練習１０　大小２個のさいころを同時に投げるとき，目の和が５の倍数になる確率を求めなさい。

練習１０
２個のさいころの目の出方は　　$6\times6=36$（通り）
目の和が５の倍数になる事象は，２つの事象
　A：目の和が５である，　B：目の和が 10 である
について，A または B が起こることである。目の出方を（大，小）で表す。
目の和が５になる場合は　　(1，4)，(2，3)，(3，2)，(4，1)　　の４通り。
よって　　$P(A)=\frac{4}{36}$　　←最後に確率の和を求めるので，約分はしない。
目の和が 10 になる場合は　　(4，6)，(5，5)，(6，4)
の３通り。
よって　　$P(B)=\frac{3}{36}$
A と B は排反事象であるから，求める確率は
$$P(A)+P(B)=\frac{4}{36}+\frac{3}{36}=\frac{7}{36}$$

練習１１　１から 20 までの番号札 20 枚が入った袋から，札を１枚取り出すとき，次の確率を求めなさい。
(1)　「５の倍数の札を取り出す」という事象 A の起こる確率
(2)　「５の倍数でない札を取り出す」という事象の起こる確率

練習１１
番号札の取り出し方は，全部で　　20 通り。
(1)　５の倍数の札を取り出す場合は，5，10，15，20 の　　４通り。
　よって，求める確率は
$$P(A)=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$$
(2)　５の倍数でない札を取り出す事象は，(1) の事象 A の余事象 $\overline{A}$ である。
　よって，求める確率は
$$P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$$
←$1-\frac{1}{5}=\frac{5}{5}-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$

練習１２　２枚の硬貨 A，B を同時に投げるとき，少なくとも１枚は裏が出る確率を求めなさい。

練習１２
「少なくとも１枚は裏が出る」という事象を A とすると，余事象 $\overline{A}$ は
「２枚とも表が出る」という事象である。
２枚の硬貨の表裏の出方は　　$2\times2=4$（通り）
このうち，２枚とも表が出るのは　　１通り。　←(表，表) の１通り。
よって，２枚とも表が出る確率は　　$P(\overline{A})=\frac{1}{4}$
したがって，求める確率は
$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$
←$1-\frac{1}{4}=\frac{4}{4}-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

練習１３　大小２個のさいころを同時に投げるとき，少なくとも１個は４以下の目が出る確率を求めなさい。

練習１３
「少なくとも１個は４以下の目が出る」という事象を A とすると，余事象 $\overline{A}$ は
「２個とも５以上の目が出る」という事象である。
２個のさいころの目の出方は　　$6\times6=36$（通り）
目の出方を（大，小）で表す。
このうち，２個とも５以上の目が出るのは
　(5，5)，(5，6)，(6，5)，(6，6)
の４通り。
←積の法則を使って，$2\times2=4$ と求めてもよい。
よって，２個とも５以上の目が出る確率は
$$P(\overline{A})=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$$
したがって，求める確率は
$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$$
←$1-\frac{1}{9}=\frac{9}{9}-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$

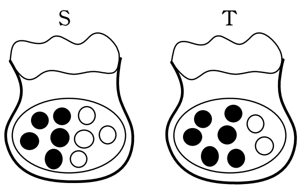
練習１４　次の２つの試行は，独立であるといえますか。
(1)　さいころを１回投げる試行と，続けてもう１回投げる試行
(2)　当たりくじ２本を含む５本のくじから，１本引く試行と，引いたくじを
　もとにもどさずに続けてもう１本引く試行

練習１４
(1)　１回めに投げたさいころの目の出方と２回めに投げたさいころの目の出方は
　無関係であるから，独立であるといえる。
(2)　最初に引いたくじが当たりかはずれかによって，もう１本引いたくじの当たる
　確率が変わるから，独立であるといえない。

練習１５　大小２個のさいころを同時に投げるとき，
　　大きい方は５以上の目，小さい方は奇数の目
が出る確率を求めなさい。

練習１５
大きいさいころを投げる試行と，小さいさいころを投げる試行は独立である。
　大きいさいころで５以上の目が出る確率は　$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$
　小さいさいころで奇数の目が出る確率は　$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$
よって，求める確率は　$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

練習１６　赤玉５個と白玉４個が入った袋Ｓと，赤玉６個と白玉２個が入った袋Ｔがあります。
Ｓから１個，Ｔから１個玉を取り出すとき，次の確率を求めなさい。
(1)　Ｓ，Ｔともに赤玉が出る確率
(2)　Ｓから赤玉，Ｔから白玉が出る確率



練習１６
Ｓから玉を取り出す試行と，Ｔから玉を取り出す試行は独立である。

(1)　Ｓから赤玉を取り出す確率は　$\dfrac{5}{9}$

Ｔから赤玉を取り出す確率は　$\dfrac{6}{8}=\dfrac{3}{4}$

よって，求める確率は　$\dfrac{5}{9}\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{5}{12}$

(2)　Ｓから赤玉を取り出す確率は　$\dfrac{5}{9}$

Ｔから白玉を取り出す確率は　$\dfrac{2}{8}=\dfrac{1}{4}$

よって，求める確率は　$\dfrac{5}{9}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{5}{36}$

練習１７　赤玉３個と白玉９個が入った袋から玉を１個取り出し，色を確認してから袋の中にもどす試行を４回くり返します。このとき，白玉をちょうど３回取り出す確率を求めなさい。

練習１７
袋から玉を１個取り出すとき，白玉が出る確率は　$\dfrac{9}{12}=\dfrac{3}{4}$

よって，求める確率は

$$ {}_4C_3\left(\frac{3}{4}\right)^3\left(1-\frac{3}{4}\right)^{4-3}={}_4C_1\left(\frac{3}{4}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right)^1 $$

← ${}_4C_3={}_4C_1$ を利用する。

$$ =4\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{27}{64} $$

練習１８　１枚の硬貨を５回投げるとき，表がちょうど２回出る確率を求めなさい。

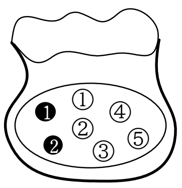
練習１８
硬貨を１回投げるとき，表が出る確率は　$\dfrac{1}{2}$

よって，求める確率は

$$ {}_5C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(1-\frac{1}{2}\right)^{5-2}={}_5C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3 $$

$$ =\frac{5\times4}{2\times1}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{16} $$

練習１９　番号のついた赤玉❶，❷，白玉①，②，③，④，⑤が入った袋から，玉を１個取り出します。
取り出した玉が白玉である事象を A，
取り出した玉の番号が奇数である事象を B
とするとき，条件つき確率 $P_A(B)$ を求めなさい。

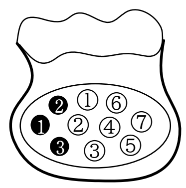


練習１９
事象 A の起こる場合の数は　　５通り。
事象 $A\cap B$ の起こる場合の数は　　３通り。

← 白玉は全部で５個，白玉で奇数のものは３個。

よって，求める条件つき確率は　$P_A(B)=\dfrac{3}{5}$

練習２０　教科書 47 ページの例８において，確率の乗法定理が成り立っていることを，次の文章を利用することで確かめなさい。



例８において

$P(A)=\dfrac{\boxed{}}{10}$　← 取り出した玉が白玉である確率

$P(A\cap B)=\dfrac{\boxed{}}{10}$　← 取り出した玉が白玉で，番号が偶数である確率

$P_A(B)=\dfrac{3}{7}$　← 取り出した玉が白玉であるとき，番号が偶数である確率

練習２０

$P(A)=\dfrac{\boxed{7}}{10}$，$P(A\cap B)=\dfrac{\boxed{3}}{10}$，　$P_A(B)=\dfrac{3}{7}$　である。

ここで　　$P(A\cap B)=\dfrac{3}{10}$，　$P(A)\times P_A(B)=\dfrac{7}{10}\times\dfrac{3}{7}=\dfrac{3}{10}$

であるから　$P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)$ が成り立つ。

練習２１　15 本中４本が当たりのくじを，２人が１本ずつ順番に引きます。
ただし，１人めが引いたくじはもとにもどさないとします。
このとき，次の確率を求めなさい。
(1)　１人めが当たりを引き，２人めも当たりを引く確率
(2)　１人めがはずれを引き，２人めが当たりを引く確率
(3)　２人めが当たりを引く確率

練習２１
(1)　１人めが当たる事象を A，　２人めが当たる事象を B　とする。

このとき　　$P(A)=\dfrac{4}{15}$

また，１人めが当たりを引いたとき，２人めは 14 本中３本が当たりのくじを引くことになる。
よって，１人めが当たりを引いたとき，２人めも当たりを引く条件つき確率は

$$ P_A(B)=\frac{3}{14} $$

したがって，１人めが当たりを引き，２人めも当たりを引く確率 $P(A\cap B)$ は，

確率の乗法定理から　$P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)=\dfrac{4}{15}\times\dfrac{3}{14}=\dfrac{2}{35}$

(2)　１人めがはずれる事象を C　とする。

このとき　　$P(C)=\dfrac{11}{15}$

また，１人めがはずれを引いたとき，２人めは 14 本中４本が当たりのくじを引くことになる。
よって，１人めがはずれを引いたとき，２人めが当たりを引く条件つき確率は

$$ P_C(B)=\frac{4}{14}=\frac{2}{7} $$

したがって，１人めがはずれを引き，２人めが当たりを引く確率 $P(C\cap B)$ は，

確率の乗法定理から　$P(C\cap B)=P(C)\times P_C(B)=\dfrac{11}{15}\times\dfrac{2}{7}=\dfrac{22}{105}$

(3)　２人めが当たりを引くのは，
１人めが当たりを引き，２人めも当たりを引く場合か，
１人めがはずれを引き，２人めが当たりを引く場合
のいずれかである。
これらは同時には起こらないから，求める確率は，(1)，(2) より

$$ \frac{2}{35}+\frac{22}{105}=\frac{6}{105}+\frac{22}{105}=\frac{28}{105}=\frac{4}{15} $$

練習２２　賞金と本数が右の表のようになっているくじから１本を引くとき，賞金の期待値を求めなさい。

	賞金	本数
1等	100円	10本
2等	50円	40本
はずれ	0円	70本
計		120本

練習２２

1等に当たる確率は $\dfrac{10}{120}$ で，このときの賞金は100円。

2等に当たる確率は $\dfrac{40}{120}$ で，このときの賞金は50円。

はずれになる確率は $\dfrac{70}{120}$ で，このとき賞金はない(0円)。

よって，賞金の期待値は

$$100\times\frac{10}{120}+50\times\frac{40}{120}+0\times\frac{70}{120}=\frac{3000}{120}=25\text{(円)}$$

練習２３　赤玉5個と白玉3個が入った袋から，玉を1個取り出して，取り出した玉が　赤玉なら50点，白玉なら10点　となるゲームをするとき，得点の期待値を求めなさい。

練習２３

玉は全部で8個ある。

赤玉が出る確率は $\dfrac{5}{8}$ で，このときの得点は50点。

白玉が出る確率は $\dfrac{3}{8}$ で，このときの得点は10点。

よって，得点の期待値は

$$50\times\frac{5}{8}+10\times\frac{3}{8}=\frac{280}{8}=35\text{(点)}$$

練習２４　賞金と本数が右の表のようになっているくじを1本引くとき，参加料が70円であるとします。このくじを引くことは得であるといえるか，理由をつけて答えなさい。

	賞金	本数
1等	500円	5本
2等	100円	25本
3等	50円	30本
はずれ	0円	40本
計		100本

練習２４

まず，このくじを1本引くときの賞金の期待値を求める。

1等に当たる確率は $\dfrac{5}{100}$ で，このときの賞金は500円。

2等に当たる確率は $\dfrac{25}{100}$ で，このときの賞金は100円。

3等に当たる確率は $\dfrac{30}{100}$ で，このときの賞金は50円。

はずれになる確率は $\dfrac{40}{100}$ で，このとき賞金はない(0円)。

よって，賞金の期待値は

$$500\times\frac{5}{100}+100\times\frac{25}{100}+50\times\frac{30}{100}+0\times\frac{40}{100}=\frac{6500}{100}=65\text{(円)}$$

参加料は70円であり，賞金の期待値65円よりも高いので，このくじを引くことは得であるとはいえない。

確認問題１　2個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めなさい。
(1)　目の和が4になる確率　　(2)　2個の目が同じである確率

確認問題１

2個のさいころの目の出方は　$6\times6=36$ (通り)　　←積の法則を利用する。

(1)　目の和が4になる場合は　(1，3)，(2，2)，(3，1) の3通りある。

よって，求める確率は　$\dfrac{3}{36}=\dfrac{1}{12}$

(2)　2個の目が同じである場合は

(1，1)，(2，2)，(3，3)，(4，4)，(5，5)，(6，6)

の6通りある。

よって，求める確率は　$\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

確認問題２　赤玉4個と白玉3個が入った袋から，玉を3個同時に取り出すとき，次の確率を求めなさい。
(1)　3個とも赤玉が出る確率　　(2)　赤玉2個と白玉1個が出る確率

確認問題２

赤白あわせて7個の玉から3個を取り出す方法は

$${}_7C_3=\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35\text{ (通り)}$$

←組合せの考えを使う。

(1)　3個とも赤玉になる場合は　${}_4C_3={}_4C_1=\dfrac{4}{1}=4$ (通り)

よって，求める確率は　$\dfrac{4}{35}$

(2)　赤玉2個と白玉1個になる場合は　${}_4C_2\times{}_3C_1=\dfrac{4\times3}{2\times1}\times\dfrac{3}{1}=18$ (通り)

よって，求める確率は　$\dfrac{18}{35}$

確認問題３　7枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$，$\boxed{7}$ の中から1枚を引くとき，次の確率を求めなさい。
(1)　$\boxed{5}$ のカードが出る確率　　(2)　6の約数のカードが出る確率
(3)　$\boxed{5}$ のカードまたは6の約数のカードが出る確率

確認問題３

カードの取り出し方は　7通り。

(1)　5のカードが出る場合は1通りであるから，求める確率は　$\dfrac{1}{7}$

(2)　6の約数のカードが出る場合は，1，2，3，6の　4通り。

よって，求める確率は　$\dfrac{4}{7}$

(3)　5のカードが出る事象と6の約数のカードが出る事象は互いに排反であるから，

求める確率は，(1)，(2)より　$\dfrac{1}{7}+\dfrac{4}{7}=\dfrac{5}{7}$

確認問題４
(1)　A班4人，B班6人の計10人の中から，くじ引きで2人の代表を選びます。このとき，代表の2人が同じ班から選ばれる確率を求めなさい。
(2)　2個のさいころを同時に投げるとき，目の和が6の倍数になる確率を求めなさい。

確認問題４

(1)　A班，B班あわせて10人から2人を選ぶ方法は　${}_{10}C_2=\dfrac{10\times9}{2\times1}=45$ (通り)

2人が同じ班から選ばれる事象は，2つの事象

A：2人ともA班から選ばれる，　B：2人ともB班から選ばれる

について，A または B が起こることである。

$$P(A)=\frac{{}_4C_2}{45}=\frac{6}{45},\quad P(B)=\frac{{}_6C_2}{45}=\frac{15}{45}$$

←最後に確率の和を求めるので，約分はしない。

A と B は排反事象であるから，求める確率は

$$P(A)+P(B)=\frac{6}{45}+\frac{15}{45}=\frac{21}{45}=\frac{7}{15}$$

(2)　2 個のさいころの目の出方は　　$6\times6=36$ (通り)

目の和が 6 の倍数になる事象は，2 つの事象

A：目の和が 6 である，　　B：目の和が 12 である

について，A または B が起こることである。

目の和が 6 になる場合は　(1，5)，(2，4)，(3，3)，(4，2)，(5，1)　の 5 通り。

よって　　$P(A)=\dfrac{5}{36}$

目の和が 12 になる場合は　(6，6)　の 1 通り。

よって　　$P(B)=\dfrac{1}{36}$

A と B は排反事象であるから，求める確率は

$$P(A)+P(B)=\frac{5}{36}+\frac{1}{36}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$

確認問題５　2 個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めなさい。
(1)　目の和が 11 以上になる確率　　　(2)　目の和が 10 以下になる確率

確認問題５

2 個のさいころの目の出方は　　$6\times6=36$ (通り)

(1)　目の和が 11 以上になる場合は　(5，6)，(6，5)，(6，6) の　　3 通り。

よって，求める確率は　　$\dfrac{3}{36}=\dfrac{1}{12}$

(2)　目の和が 10 以下になる事象は，(1) の，目の和が 11 以上になる事象の余事象である。

よって，求める確率は　　$1-\dfrac{1}{12}=\dfrac{11}{12}$

確認問題６
(1)　2 個のさいころを同時に投げるとき，少なくとも 1 個は 6 の目が出る確率を求めなさい。
(2)　赤玉 2 個と白玉 5 個が入った袋から，玉を 2 個同時に取り出すとき，少なくとも 1 個は赤玉が出る確率を求めなさい。

確認問題６

(1)　「少なくとも 1 個は 6 の目が出る」という事象を A とすると，余事象 $\overline{A}$ は「2 個とも 6 以外の目が出る」という事象である。

2 個のさいころの目の出方は　　$6\times6=36$ (通り)

このうち，2 個とも 6 以外の目が出るのは　　←6 以外の目は 5 通りで，積の法則を使う。

$5\times5=25$ (通り)

よって，2 個とも 6 以外の目が出る確率は　　$P(\overline{A})=\dfrac{25}{36}$

したがって，求める確率は

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{25}{36}=\frac{11}{36}$$

(2)　「少なくとも 1 個は赤玉が出る」という事象を A とすると，余事象 $\overline{A}$ は「2 個とも白玉が出る」という事象である。

赤白あわせて 7 個の玉から 2 個を取り出す方法は

$${}_7\mathrm{C}_2=\frac{7\times6}{2\times1}=21 \text{ (通り)}$$

このうち，2 個とも白玉が出るのは　　${}_5\mathrm{C}_2=\dfrac{5\times4}{2\times1}=10$ (通り)

よって，2 個とも白玉が出る確率は　　$P(\overline{A})=\dfrac{10}{21}$

したがって，求める確率は

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{10}{21}=\frac{11}{21}$$

確認問題７　商品 A は 100 個あり，そのうち 3 個が不良品です。
また，商品 B も100 個あり，そのうち 2 個が不良品です。
商品 A を 1 個，商品 B を 1 個取り出すとき，A が不良品で B が不良品でない確率を求めなさい。

確認問題７

商品 A を取り出す試行と，商品 B を取り出す試行は独立である。

A が不良品である確率は　　$\dfrac{3}{100}$

B が不良品でない確率は　　$\dfrac{98}{100}=\dfrac{49}{50}$

よって，求める確率は　　$\dfrac{3}{100}\times\dfrac{49}{50}=\dfrac{147}{5000}$

確認問題８
(1)　1 個のさいころを 4 回投げるとき，2 以下の目がちょうど 2 回出る確率を求めなさい。
(2)　○ か × かで答えるクイズが 5 問あります。5 問ともでたらめに答えるとき，ちょうど 4 問正解する確率を求めなさい。

確認問題８

(1)　さいころを 1 回投げるとき，2 以下の目が出る確率は　　$\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$

よって，求める確率は

$$\begin{aligned}{}_4\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(1-\frac{1}{3}\right)^{4-2}&={}_4\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^2\\&=\frac{4\times3}{2\times1}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}\end{aligned}$$

(2)　1 問に正解する確率は　　$\dfrac{1}{2}$

よって，求める確率は

$$\begin{aligned}{}_5\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(1-\frac{1}{2}\right)^{5-4}&={}_5\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^1\\&=5\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{32}\end{aligned}$$

←${}_5\mathrm{C}_4={}_5\mathrm{C}_1$ を利用する。

確認問題９　12 本中 4 本が当たりのくじを，2 人が 1 本ずつ順番に引きます。
ただし，1 人めが引いたくじはもとにもどさないとします。
このとき，次の確率を求めなさい。
(1)　2 人とも当たりを引く確率　　　(2)　2 人ともはずれを引く確率
(3)　1 人めがはずれを引き，2 人めが当たりを引く確率

確認問題９

(1)　1 人めが当たるという事象を A，　2 人めが当たるという事象を B　とする。

このとき　　$P(A)=\dfrac{4}{12}=\dfrac{1}{3}$

また，1 人めが当たりを引いたとき，2 人めは 11 本中 3 本が当たりのくじを引くことになる。

よって，1 人めが当たりを引いたとき，2 人めも当たりを引く条件つき確率は

$$P_A(B)=\frac{3}{11}$$

したがって，2 人とも当たりを引く確率 $P(A\cap B)$ は，確率の乗法定理から

$$P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)=\frac{1}{3}\times\frac{3}{11}=\frac{1}{11}$$

(2)　1 人めがはずれるという事象を C，　2 人めがはずれるという事象を D　とする。

このとき　　$P(C)=\dfrac{8}{12}=\dfrac{2}{3}$　　←12 本中はずれは $12-4=8$ (本)

また，1 人めがはずれを引いたとき，2 人めは 11 本中 4 本が当たりのくじを引くことになる。

よって，1 人めがはずれを引いたとき，2 人めもはずれを引く条件つき確率は

$$P_C(D)=\frac{7}{11}$$

←11 本中はずれは $11-4=7$ (本)

したがって，2 人ともはずれを引く確率 $P(C\cap D)$ は，確率の乗法定理から

$$P(C\cap D)=P(C)\times P_C(D)=\frac{2}{3}\times\frac{7}{11}=\frac{14}{33}$$

(3)　1 人めがはずれを引いたとき，2 人めが当たりを引く条件つき確率は

$$P_C(B)=\frac{4}{11}$$

←11 本中当たりは 4 本。

よって，1 人めがはずれを引き，2 人めが当たりを引く確率 $P(C\cap B)$ は，確率の乗法定理から　　$P(C\cap B)=P(C)\times P_C(B)=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{4}{11}=\dfrac{8}{33}$

確認問題１０　6 枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{4}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{5}$，$\boxed{5}$ の中から 1 枚を引くとき，かかれている数字の期待値を求めなさい。

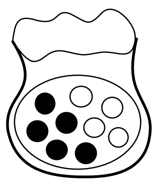
確認問題１０

$\boxed{1}$ を引くときの確率は $\frac{1}{6}$，$\boxed{4}$ を引くときの確率は $\frac{2}{6}$，$\boxed{5}$ を引くときの確率は $\frac{3}{6}$

よって，求める期待値は

$$1\times\frac{1}{6}+4\times\frac{2}{6}+5\times\frac{3}{6}=\frac{24}{6}=4$$

確認問題１１　袋の中に，赤玉 5 個と白玉 4 個が入っています。次の確率を求めなさい。



(1)　同時に 2 個の玉を取り出すとき，2 個とも赤玉が出る確率

(2)　同時に 2 個の玉を取り出すとき，少なくとも 1 個は白玉が出る確率

(3)　同時に 2 個の玉を取り出すとき，2 個とも同じ色が出る確率

(4)　1 個取り出して，それをもとにもどさずにもう 1 個取り出すとき，2 個とも赤玉が出る確率

(5)　1 個取り出して色を確認し，それをもとにもどすという試行を 3 回くり返すとき，赤玉がちょうど 2 回出る確率

確認問題１１

赤白あわせて 9 個の玉から 2 個を取り出す方法は

$${}_9C_2=\frac{9\times8}{2\times1}=36\ (通り)$$　← 組合せの考えを使う。

(1)　2 個とも赤玉になる場合は　${}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$ (通り)

よって，求める確率は　$\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$

(2)　「少なくとも 1 個は白玉が出る」という事象を A とすると，余事象 $\overline{A}$ は「2 個とも赤玉が出る」という事象である。

2 個とも赤玉が出る確率は，(1) から　$P(\overline{A})=\frac{5}{18}$

したがって，求める確率は　$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{5}{18}=\frac{13}{18}$

(3)　2 個とも同じ色が出る事象は，2 つの事象

B：2 個とも赤玉が出る，　C：2 個とも白玉が出る

について，B または C が起こることである。　← 事象 B は $\overline{A}$ と同じ。

$$P(B)\left(=\frac{{}_5C_2}{36}\right)=\frac{10}{36},\quad P(C)=\frac{{}_4C_2}{36}=\frac{6}{36}$$　← 最後に確率の和を求めるので，約分はしない。

B と C は排反事象であるから，求める確率は

$$P(B)+P(C)=\frac{10}{36}+\frac{6}{36}=\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$$

(4)　1 個めが赤玉であるという事象を D，　2 個めが赤玉であるという事象を E とする。

このとき　$P(D)=\frac{5}{9}$

また，1 個めが赤玉であるとき，2 個めは 8 個中 4 個が赤玉である袋から玉を取り出すことになる。

よって，1 個めが赤玉で 2 個めも赤玉である条件つき確率は　$P_D(E)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

したがって，2 個とも赤玉である確率 $P(D\cap E)$ は，確率の乗法定理から

$$P(D\cap E)=P(D)\times P_D(E)=\frac{5}{9}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{18}$$

(5)　玉を 1 個取り出すとき，赤玉が出る確率は　$\frac{5}{9}$

よって，求める確率は

$${}_3C_2\left(\frac{5}{9}\right)^2\left(1-\frac{5}{9}\right)^{3-2}={}_3C_1\left(\frac{5}{9}\right)^2\left(\frac{4}{9}\right)^1$$　← ${}_3C_2={}_3C_1$ を利用する。

$$=3\times\frac{5}{9}\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{9}=\frac{100}{243}$$

第１章　場合の数と確率　章末　（*p.*55）

問題１　先生２人と生徒４人の計６人が１列に並ぶとき，先生２人が両端に並ぶような並び方は何通りありますか。

問題１

両端に並んだ先生２人の並び方は　$2!=2\times1=2$（通り）

真ん中の生徒４人の並び方は　$4!=4\times3\times2\times1=24$（通り）

よって，求める並び方は，積の法則により　$2\times24=48$（通り）

問題２　M，A，T，H の４文字から３文字を選んで並べ，文字列をつくります。次の場合，文字列は何通りできますか。

(1)　同じ文字をくり返し選んではいけない場合

(2)　同じ文字をくり返し選んでもよい場合

問題２

(1)　４個から３個取った順列の総数に等しいから　${}_4\mathrm{P}_3=4\times3\times2=24$（通り）

(2)　４個から３個取った重複順列の総数に等しいから　$4^3=64$（通り）

問題３　１枚の硬貨を７回投げるとき，次の確率を求めなさい。

(1)　７回とも表が出る確率　　(2)　表がちょうど６回出る確率

(3)　表が５回以上出る確率

問題３

１枚の硬貨を投げるとき，表が出る確率は　$\dfrac{1}{2}$

(1)　硬貨を投げる試行は互いに独立であるから，７回とも表が出る確率は

$$\left(\frac{1}{2}\right)^7=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{128}$$

(2)　表がちょうど６回出る確率は

$${}_7\mathrm{C}_6\left(\frac{1}{2}\right)^6\left(1-\frac{1}{2}\right)^{7-6}={}_7\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)^6\left(\frac{1}{2}\right)^1$$

←${}_7\mathrm{C}_6={}_7\mathrm{C}_1$ を利用する。

$$=7\times\left(\frac{1}{2}\right)^7=\frac{7}{128}$$

(3)　表がちょうど５回出る確率は

$${}_7\mathrm{C}_5\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(1-\frac{1}{2}\right)^{7-5}={}_7\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

←${}_7\mathrm{C}_5={}_7\mathrm{C}_2$ を利用する。

$$=\frac{7\times6}{2\times1}\times\left(\frac{1}{2}\right)^7=\frac{21}{128}$$

表が５回以上出るのは，表が５回または６回または７回出る場合で，これらの事象は互いに排反であるから，求める確率は

$$\frac{21}{128}+\frac{7}{128}+\frac{1}{128}=\frac{29}{128}$$

←(1), (2) の結果も利用する。

問題４　６枚のカード　$\boxed{0}$，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$　の中から４枚を取り出して並べ，４けたの数をつくるとき，つくられる数は何個ありますか。

問題４

千の位に置くカードは，０以外の　５通り。

百，十，一の位は，千の位に置いたカード以外の５枚から３枚並べればよいから

$${}_5\mathrm{P}_3=5\times4\times3=60\ （通り）$$

よって，つくられる４けたの数は，積の法則により　$5\times60=300$（個）

問題５　赤玉３個と白玉２個が入った袋 A と，赤玉４個と白玉１個が入った袋 B があります。
袋 A から玉を１個取り出し袋 B に入れ，よくかき混ぜて，袋 B から玉を１個取り出します。
このとき，袋 B から白玉を取り出す確率を求めなさい。

問題５

袋 A から赤玉を取り出す事象を C，袋 A から白玉を取り出す事象を D，
袋 B から白玉を取り出す事象を E とする。

このとき　$P(C)=\dfrac{3}{5}$，　$P(D)=\dfrac{2}{5}$

[1]　袋 A から赤玉を取り出したとき，袋 B からは６個中１個が白玉の状態で玉を取り出すことになる。

よって，袋 A から赤玉を取り出したとき，袋 B から白玉を取り出す条件つき確率は　$P_C(E)=\dfrac{1}{6}$

したがって，袋 A から赤玉を取り出し，袋 B から白玉を取り出す確率 $P(C\cap E)$ は，確率の乗法定理から

$$P(C\cap E)=P(C)\times P_C(E)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{6}=\frac{3}{30}$$

[2]　袋 A から白玉を取り出したとき，袋 B からは６個中２個が白玉の状態で玉を取り出すことになる。

よって，袋 A から白玉を取り出したとき，袋 B から白玉を取り出す条件つき確率は　$P_D(E)=\dfrac{2}{6}$

したがって，袋 A から白玉を取り出し，袋 B から白玉を取り出す確率 $P(D\cap E)$ は，確率の乗法定理から

$$P(D\cap E)=P(D)\times P_D(E)=\frac{2}{5}\times\frac{2}{6}=\frac{4}{30}$$

以上から，袋 B から白玉を取り出す確率は　$\dfrac{3}{30}+\dfrac{4}{30}=\dfrac{7}{30}$

問題６　500 円硬貨１枚と 100 円硬貨１枚を同時に投げて，表が 出た硬貨をもらえるゲームをします。もらえる金額の期待値を求めなさい。

問題６

500円＼100円	表	裏
表	表 表	表 裏
裏	裏 表	裏 裏

500 円硬貨が表，100 円硬貨も表となる確率は $\dfrac{1}{4}$ で，

もらえる金額は $500+100=600$（円）。

500 円硬貨が表，100 円硬貨が裏となる確率は $\dfrac{1}{4}$ で，

もらえる金額は 500 円。

500 円硬貨が裏，100 円硬貨が表となる確率は $\dfrac{1}{4}$ で，

もらえる金額は 100 円。

500 円硬貨が裏，100 円硬貨も裏となる確率は $\dfrac{1}{4}$ で，

このときお金はもらえない（０円）。

よって，もらえる金額の期待値は

$$600\times\frac{1}{4}+500\times\frac{1}{4}+100\times\frac{1}{4}+0\times\frac{1}{4}=\frac{1200}{4}=300\ （円）$$